

Metaalvloeï in 'n Isotermiese Kanaal

deur
L. Pretorius*
University of Pretoria

In this article a numerical model is developed for the thermal situation of liquid metal flowing in a rectangular isothermal duct. Steady state as well as transient solutions are given for the Nusselt number distribution in the duct.

The results obtained from the model are evaluated against experimental results obtained from the literature.

Simbolelys

a	– numeriese koëffisiënte vergelyking (7)
A	– polinoomfunksie vergelyking (8)
c	– soortlike warmte
D	– diffusiekoëffisiënt vergelyking (7)
f, g	– arbitrêre funksies
F	– vloeikoëffisiënt vergelyking (8)
Fo	– Fouriergetal
h	– entalpie (kJ/kgK) of vlieskoëffisiënt (W/m ² K)
k	– termiese geleidingskoëffisiënt
ℓ	– kanaalwydte
N	– aantal diskrete punte in 'n rigting
Nu	– Nusseltgetal
P, Pe	– Pecletgetal
q	– bronterm vergelyking (7)
t	– tyd
T	– temperatuur
u, U	– snelheid in die x rigting
v	– snelheid in die y rigting
w	– snelheid in die z rigting
X, Y, Z	– kartesiese koördinaatstelsel
α	– termiese diffusiwiteit
Δ	– delta, inkrement
ρ	– digtheid

Voetskrifte

d	– hidrouliese diameter
e, w, n, s	– posisies halfpad tussen hoof diskrete
t, b	– punte sien figuur 3
i	– oorspronklik, inisiël
P, E, W, N, S, T, B	– hoof diskrete punt P met omringende punte, sien figuur 3.
x, y, z	– in die x, y of z rigting

Boskrif

°	– by die vorige tydstep
---	-------------------------

Inleiding

Warmte-oordrag deur middel van vloeibare metale kan baie nuttig aangewend word om groot hoeveelhede warmte in beperkte spasies oor te dra. Sodanige vloeibare-metaalwarmteruilers vind onder andere toepassing in kernreaktore [1].

Verder is hierdie warmte-oordragsituasie tydens die smelt van metale ook vanuit 'n metallurgiese oogpunt van belang.

In hierdie verslag word die warmte-oordragsituasie van 'n vloeibare metaal in 'n reghoekige isotermiese kanaal ondersoek. 'n Benaderde numeriese model gegrond op werk van Patankar [2] word ontwikkel.

'n Posing word ook aangewend om ongestadigde effekte in die vloeibare metaal te ondersoek.

Die warmte-oordragmodel word ook kortliks ge-evalueer teen soortgelyke resultate uit die literatuur [3].

Voorspellings met behulp van die model word tot die laminaire vloeigebied beperk.

Die Model

Figuur 1 toon dat die geval van 'n vloeibare metaal wat in 'n isotermiese vierkantige kanaal verhit word, ondersoek word.

Termiese effekte by die ingang van die kanaal word ook bestudeer.

Aannames

Die Prandtl-getal van vloeibare metale is tipies kleiner as 0,03, [4]. Een implikasie hiervan is dat die termiese grenslaag van 'n vloeibare metaal heelwat dikker as die ooreenkomstige momentum- of snelheidsgrenslaag tydens vloeï vertoon.

Gesien teen hierdie agtergrond word die volgende aannames gemaak:

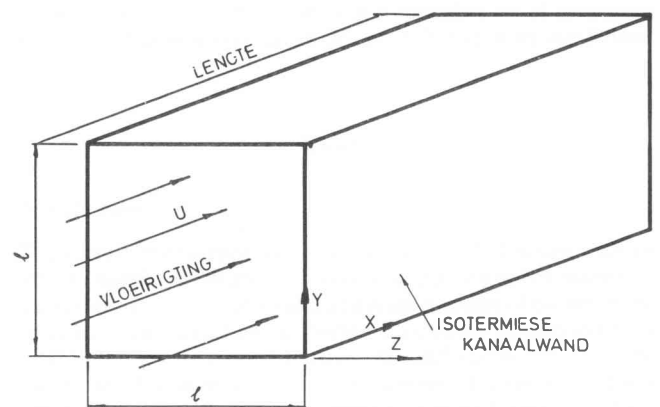
- propvloeï, dit wil sê 'n uniforme snelheid, word in die vloeïmodel aanvaar.
- alle termiese eienskappe van die vloeibare metaal is konstant.
- wrywingseffekte word nagelaat.
- geen warmte word in die vloeibare metaal ontwikkel nie.
- driedimensionele ongestadigde warmte-oordrag vind in die vloeibare metaal plaas.

Teoretiese Modelontwikkeling

Met verwysing na Figuur 1 geld die volgende algemene differensiaalvergelings vir die model in 'n kartesiese koördinaatstelsel [2, 5]:

Kontinuiteitsvergeljing

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$



Figuur 1 – Model vir metaalvloeï

*Senior Lektor
Departement Meganiese Ingenieurswese
Universiteit van Pretoria

Energievergelyking

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u h)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v h)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w h)}{\partial z} = \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{c} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k}{c} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{c} \frac{\partial h}{\partial z} \right)$$

Hierdie vergelyking is meer algemeen en sluit die klas van propvloeiprobleme in. In bogemelde vergelyking het die simbole die volgende betekenis:

- c – soortlike warmte
- h – entalpie
- k – termiese geleidingsvermoë
- t – tyd
- u – snelheid in die x rigting
- y – snelheid in die y rigting
- w – snelheid in die z rigting
- x, y, z – kartesiese koördinaatstelsel
- ρ – digtheid

In die geval van propvloe langs die x-as van die kanaal word die volgende snelheidsverdeling aanvaar:

$$u = U \text{ (konstant), } v = 0, w = 0 \quad (3)$$

Vir die geval van 'n konstante digtheidsvloeiervredig die propvloeiverdeling dus wel die kontinuïteitsvergelyking (1).

Die metaalvloeiprobleem reduseer dan tot die oplossing van die energievergelyking:

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U h)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{c} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k}{c} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{c} \frac{\partial h}{\partial z} \right) \quad (4)$$

Die rand- en beginwaardes waaronder die probleem opgelos word, is soos volg:

Randwaardes

- by x = 0 vir alle y en z, h = h_i = konstante
- by y = 0 en y = ℓ vir alle x en z, h = h_w = konstante
- by z = 0 en z = ℓ vir alle x en y, h = h_w = konstante

Beginwaardes

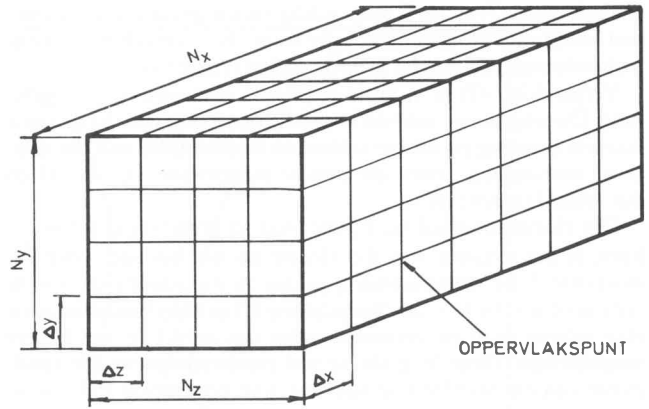
by t = 0, vir alle x, y en z in die kanaal, h = h_i
 Kortliks kom bogemelde daarop neer dat die metaal wat deur die buis vloei oorspronklik 'n konstante entalpie h_i en daarmee gepaardgaande temperatuur t_i het en dat die temperatuur van die buiswande op tydstep t = 0 verhoog word na t_w en vir alle tye daar gehou word.

Oplosprosedure

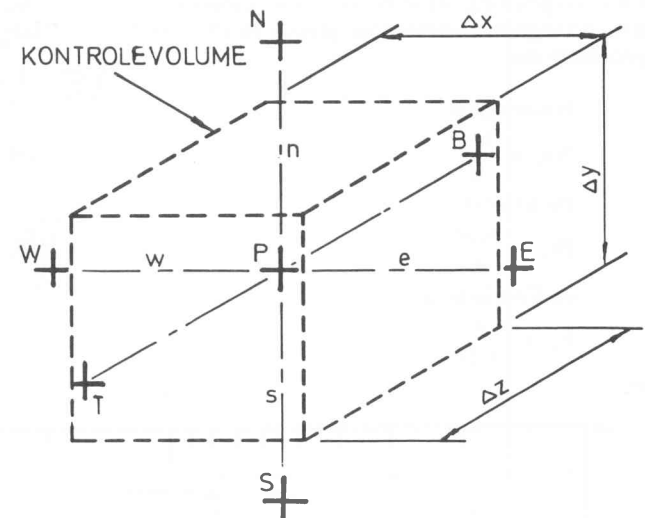
'n Diskrete kontrolevolume-gebaseerde-oplosmetode soos voorgestel deur Patankar [2] word vir die vloeibare-metaalprobleem gevolg.

Vir die doel word die reghoekige kanaal in 'n netwerk N_x × N_y × N_z diskrete punte ingedeel waarby die entalpie (of ook temperatuur) van die vloeibare metaal bereken word. N_x, N_y en N_z is die totale aantal indelings in die x, y, en z rigtings respektiewelik. Die gediskretiseerde situasie word in Figuur 2 getoon.

Deur 'n interne punt P, soos in Figuur 3 getoon, te beskou, kan met behulp van Patankar [2] se prosedure aangetoon word, dat die diskrete ekwivalent van die parsiele energie differensiaalvergelyking (4) soos volg daar uitsien:



Figuur 2 – Gediskretiseerde model



Figuur 3 – Kontrolevolume om interne punt P

$$a_p h_p = a_e h_e + a_w h_w + a_n h_n + a_s h_s + a_t h_t + a_b h_b + q$$

met $a_e = D_e A (|P_e|) + |[-F_e, 0]|$
 $a_w = D_w A (|P_w|) + |[F_w, 0]|$
 $a_n = D_n$
 $a_s = D_s$
 $a_t = D_t$
 $a_b = D_b$ (7)

$$a_p = \rho_p \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t}$$

$$q = a_p h_p$$

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s + a_t + a_b + a_p$$

In bogemelde verwantskappe is

$$F_e = F_w = \rho U \Delta y \Delta z$$

$$D_e = D_w = \frac{k \Delta y \Delta z}{c \Delta x}$$

$$D_n = D_s = \frac{k \Delta z \Delta x}{c \Delta y}$$

$$D_t = D_b = \frac{k \Delta x \Delta y}{c \Delta z}$$

$$P_e = \frac{F_e}{d_e}$$

$$A(|P|) = |[0, (1-0, 1|P)|^2]|$$

$$|[f, g]| = \text{maksimum van } f \text{ en } g.$$
 (8)

Vergelykings (7) en (8) is slegs geldig vir die geval van propvloeï met konstante vloeiereienskappe waar die vloeigebied in kon-trolevolumes van gelyke grootte gediskretiseer is.

Vergelyking (7) is 'n volle implisiete diskretiseringsverge-lyking. Die implikasie hiervan is dat die oplossing van die diskrete warmte-oordrag probleem stabiel en onafhanklik van die rela-tiewe verhouding tussen die posisie-inkremte Δx , Δy , Δz en die tydsinkrement Δt is.

Die vloei-entalpieë h_p , h_e ens. wat in vergelyking (7) voor-kom, is die entalpie van die vloei-er op die huidige tydstip t . Boskifte "" by vloeiereienskappe dui op waardes by die vorige tydstap d.w.s. by $t - \Delta t$. Vergelyking (7) geld by benadering vir elke interne punt en verteenwoordig dus eintlik 'n stel lineêre vergelykings. Deur 'n geskikte stel randwaardes by die rand-punte van die probleem te aanvaar, kan bogemelde stel lineêre vergelykings eenduidig opgelos word vir elke tydstap.

Dimensielose groepe

Deur vergelyking (4) te beskou, kan aangetoon word dat die drie belangrike dimensielose groepe in die vloeibare metaal-probleem die

Nusseltgetal

$$Nu_d = \frac{h_v d}{k} \tag{9}$$

Pecletgetal

$$Pe_d = \frac{\rho c u d}{k} \tag{10}$$

en Fouriergetal

$$Fo_o = \frac{\alpha t}{(d/2)^2} \tag{11}$$

is.

ρ , c , k en α is die digtheid, soortlike warmte termiese gelei-dingskoeffisiënt en termiese diffusiwiteit respektiewelik van die vloeibare metaal. d is die hidrouliese diameter van die vier-kantige kanaal.

Die vlieskoeffisiënt h_v word soos volg gedefinieer:

$$h_v = \frac{-k \frac{\partial T}{\partial y} / \text{wand}}{T_w - T_m} \tag{12}$$

T_m is die mengtemperatuur van die vloeibare metaal by elke posisie x al langs die kanaal af:

$$T_m(x) = \frac{\iint T dy dz}{\int dy dz} \tag{13}$$

Integrasie vind oor die kanaalsnit plaas.

Rekenaarmodel

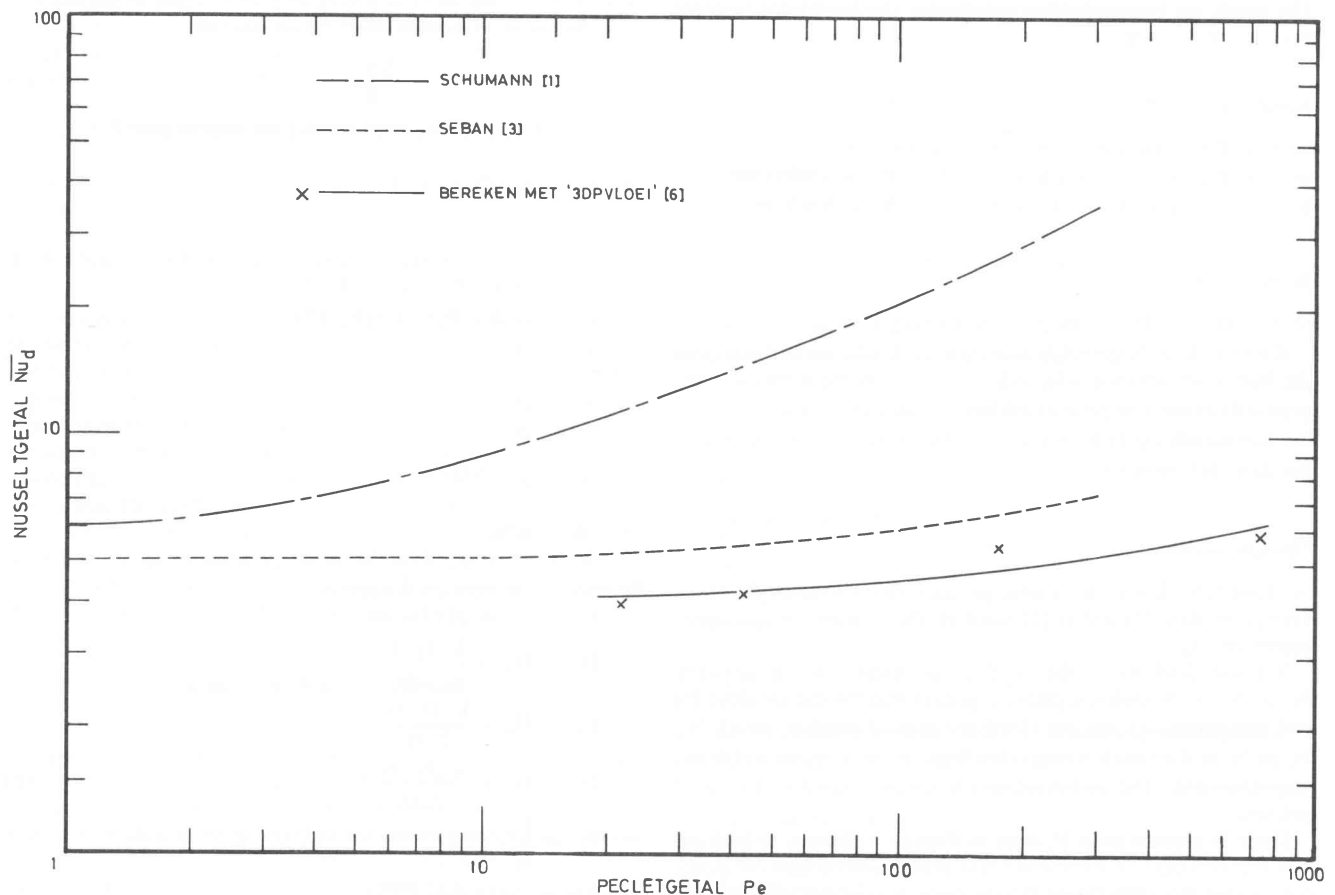
'n Rekenaarmodel 3DPVLOEI [6] is ontwikkel om die vergely-kings, soos in die vorige paragrawe beskryf, op 'n iteratiewe wyse vir elke tydstap op te los.

Die Gauss-Seidel iterasietegniek [7] is in die rekenaarmodel gebruik. Die metaalvloeiruimte in die vierkantige kanaal is in 'n eweredig verspreide $10 \times 17 \times 17$ netwerk van diskrete punte in die X, Y, Z ruimte verdeel. Isotermiese randwaardes is vir al die punte op die kanaaloppervlakte aanvaar.

In die rekenaarmodel word 'n mengtemperatuur, T_m , by elke diskrete punt in die vloei-richting bereken.

Verder word die Nusseltgetalverdeling ook by elke posisie x as 'n funksie van y (of z) bereken.

Ten slotte word 'n gemiddelde Nusseltgetal by elke diskrete x posisie bereken uit:



Figuur 4 – Volontwikkelde gemiddelde Nusseltgetal

$$Nu_d(x) = \frac{\int Nu_d dy}{\int dy} \tag{14}$$

Integrasie word uitgevoer oor die kanaalwydte.

Die rekenaarmodel verskaf die gestadigde sowel as ongestadigde vertoning van die metaalvloei situasie in die vierkantige kanaal.

Praktiese parameters

Om die rekenaarmodel te evalueer, is die geval van vloeibare Bismuth in die isothermiese kanaal beskou. Die volgende eienskappe is vir Bismuth aanvaar [8].

- Temperatuur 316° C
- Digtheid 10010,0 kg/m³
- Soortlike warmte 0,144 kJ/kg °C
- Termiese geleidingskoeffisiënt 16,4 W/m °C
- Prandtlgetal 0,014

'n 1 600 mm-lang kanaal met 'n snitsekse van 50 mm × 50 mm is in alle berekenings gebruik. Die hidrouliese diameter van die kanaal is dus 50 mm.

Metaalvloeiensnelhede wat gebruik is, het gevarieer van 0,005 m/s tot 0,18 m/s.

Resultate

Die berekende gemiddelde Nusseltgetal by die uitgang van die kanaal as 'n funksie van die Pecletgetal word in Figuur 4 vir die gestadigde geval getoon. Vir evalueringsdoeleindes word 'n soortgelyke resultaat vir 'n isothermiese ronde buis, soos verkry deur Seban [3], ook aangetoon. Alhoewel die resultate van Seban verkry is vir turbulente vloei deur 'n buis, blyk daar 'n goeie korrelasie te wees tussen dié resultate en die resultaat vir die vierkantige kanaal soos met behulp van die huidige rekenaarmodel bereken.

Die model gee goeie resultate vir Pecletgetalle kleiner as ongeveer 800.

Die Nusseltgetalle vir vloei van Natrium deur 'n gepakte bed volgens Schumann [1] word ook in Figuur 4 getoon. Die effek van geometrie en nie-isothermiese wande op die Nusseltgetal word duidelik deur die resultaat van Schumann weerspieël. By laer Pecletgetalle is daar 'n mate van korrelasie tussen die resultate van Seban [3], Schumann [1] en dié soos met die huidige rekenaarmodel bereken.

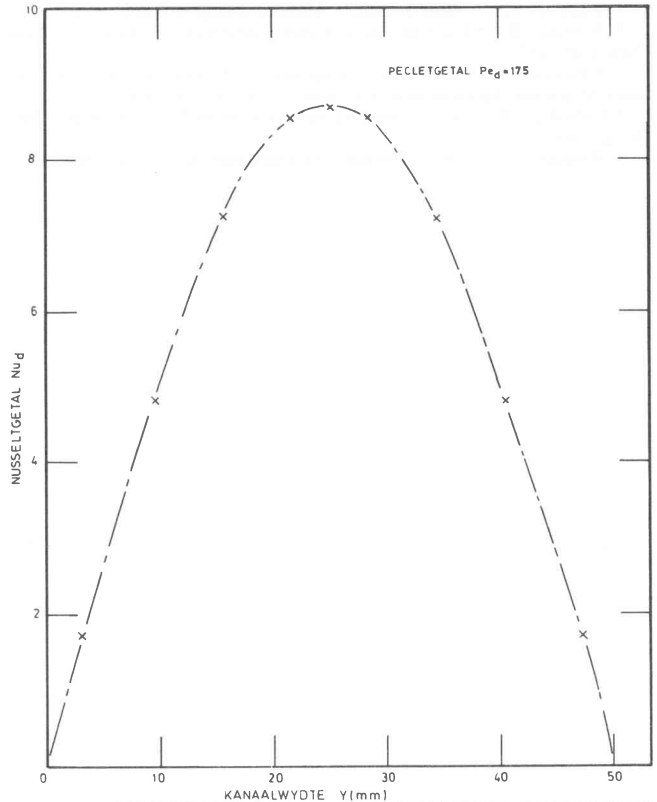
Die berekende gestadigde Nusseltgetalverdeling oor die kanaalwydte by die kanaaluitgang word in Figuur 5 getoon. Dit is opvallend dat die Nusseltgetal nie konstant oor die kanaalwydte is nie, en dat die maksimum Nusseltgetal byna een en 'n half maal die gemiddelde Nusseltgetal is vir die betrokke Pecletgetal.

Ten slotte word die gemiddelde Nusseltgetal by verskillende posisies vanaf die ingang van die buis in die ongestadigde toestand in Figuur 5 aangetoon. Die dimensielose tydparameter wat gebruik word, is die Fouriergetal. Dit blyk uit Figuur 5 dat 'n matige toename in Nusseltgetal ondervind word by lae Fouriergetalle.

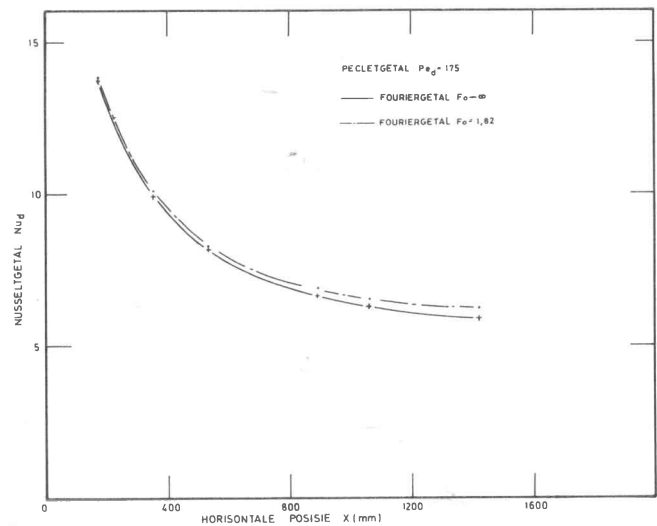
Gevolgtrekking en Aanbevelings

Die numeriese model wat vir vloeibare metaal ontwikkel is, is 'n goeie benadering vir Pecletgetalle kleiner as 800. Die effek van ongestadigde warmte-oordrag op die Nusseltgetalverdeling oor die kanaalwande is merkbaar alhoewel nie so prominent as wat 'n mens sou verwag nie.

Werk kan nou gedoen word om die effek van interne warmte-ontwikkeling in die vloeibare metaal ook in die numeriese model op te neem.



Figuur 5 – Gestadigde Nusseltgetalverdeling by die kanaaluitgang



Figuur 6 – Nusseltgetalverdeling deur die kanaal

Bronnelys

1. Schumann, W. A., – Verslag PEL 164, Raad op Atoomkrag, Posbus 256, Pretoria, RSA., DScIng proefskrif 1967.
2. Patankar, S. V., – “Numerical heat transfer and fluid flow”, McGraw Hill, New York, 1980.
3. Seban, R. A., Shimazaki, T. T., – “Heat transfer to a fluid flowing turbulently in a smooth pipe with walls at a constant temperature”, Trans. ASME, vol. 73, p. 803, 1951.

4. White, F. M., - "Heat Transfer", Addison Wesley, London, 1984.
5. Whitaker, S., - "Fundamental principles of heat transfer", Pergamon Press, New York, 1977.
6. Pretorius, L., - "3DPVLOEI", ongepubliseerde rekenaarmodel, Departement Meganiese Ingenieurswese, Universiteit van Pretoria, 1985.
7. Carnahan, B., et al., - "Applied numerical methods", John Wiley, New York, 1969.
8. Holman, J. P., - "Heat Transfer", McGraw Hill, New York, 1981.

Bedankings

Die Universiteit van Pretoria word bedank vir die beskikbaarstelling van navorsingstoerusting.

Die belangstelling en kommentaar van Proff. J. Visser en W. A. Schumann van die Departement Meganiese Ingenieurswese Universiteit van Pretoria word op prys gestel.