

# 'n Metodiek vir die rotordinamiese ontwerp van hoëspoed masjiene

Deur J. G. Roberts<sup>1</sup> en L. Pretorius<sup>2</sup>  
(Received in Final form December 1991)

*This article demonstrates how the stiffness requirements of a rotor-bearing system can be obtained from the critical speed diagram of the machine. Guidelines to determine the position of critical speed and parameters influencing it are also given. The typical characteristics of a double-permanent-magnetic bearing are shown as they can be applied in machine design. The main components of a suspension system are discussed shortly and equations to calculate the stiffness and damping of a suspension with centering springs and an unsealed oil-damper without oil supply groove are given. Test results for the dynamic behaviour of the suspension system of a vacuum pump are presented to demonstrate the use of certain design equations.*

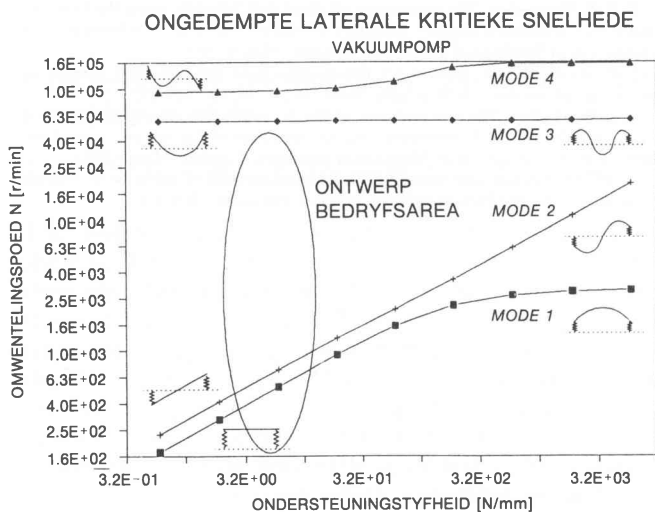
## 1. Inleiding

Moontlik het u al die wrang ondervinding gehad, dat 'n masjien van u eie nuwe ontwerp of 'n masjien wat volgens u voorskrifte gemodifiseer is, eenvoudig nie by sy ontwerpspoed kon kom nie, weens hoë (selfs destruktiewe) vibrasie van die masjien. Hierdie verskynsel kom veral voor by medium – tot hoë spoed masjiene i.e. 6 000 r/min en hoër.

Die mees waarskynlike rede hiervoor is die teenwoordigheid van een of meer kritieke snelhede van die masjien in of naby sy bedryfsgebied. Die aanvaarbare norm (tipies API 613 [12]) is om tussen 10 en 20% weg te wees vanaf enige kritieke snelheid.

## 2. Wat is kritieke snelhede?

Ten einde die omvang van die probleem beter te begryp, is dit nodig om eers kennis te neem van die fundamentele karakteristieke van 'n rotor-laerestelsel, naamlik sy kritieke snelhede.



Figuur 1 – Kritieke snelheidskaart

'n Kritieke snelheid is per definisie die rotasiesnelheid van die rotor wat saamval met elk van die natuurlike fre-

kwensies van die rotor-laerestelsel. Hierdie verskynsel kom by alle roterende masjiene voor, alhoewel dit slegs probleme veroorsaak indien hierdie snelhede hoënaamd in of naby die bedryfsgebied van die masjien lê of indien daar nie genoeg demping in die stelsel bestaan om genoegsame energie by die kritieke snelhede te dissipeer nie.

By lae ondersteuningstyfheid kom daar twee starre liggaammodusse voor nl. die silindriese – en koniese modus van vibrasie. Die derde modus van vibrasie by lae ondersteuningstyfheid is die eerste buigmodus van die rotor. By hoë ondersteuningstyfheid word die silindriese modus deur die laerkragte gedwing tot 'n eerste buigmodus van die rotor. Net so word die koniese modus gedwing tot 'n tweede buigmodus.

Figuur 1 toon die kritieke snelheidskaart vir 'n generiese vakuumpomp met 'n bedryfsnelheid van 42 000 r/min. Die tipiese modusse van vibrasie word by baie lae en baie hoë ondersteuningstyfheid aangedui op die kaart.

Met 'n ondersteuningstyfheid in die gebied soos getoon op die kritieke snelheidskaart, word die twee starre liggaam kritieke snelhede, nl. die silindriese – en koniese modus deurloop onder 1 000 r/min. Die snelheid is relatief laag sodat die onbalanskragte (wat eweredig is aan die kwadraat van die snelheid) ook laag is.

Verder is daar geen kritieke snelheid tot by die bedryfsspoed van die masjien nie. Die eerste buigmodus van die rotor is meer as 20% bo die bedryfsspoed.

Vanaf die kritieke snelheidskaart (Figuur 1) word dus bepaal dat die ondersteuningstyfheid van die rotor by elk van die laers kleiner as 10 N/mm moet wees. Die ondergrens van styfheid is volgens Whitley [13] die groter kwesbaarheid vir versturings by te lae styfheid. Die ontwerpstyfheid val dus binne die gebied 3,2 tot 10 N/mm per laer.

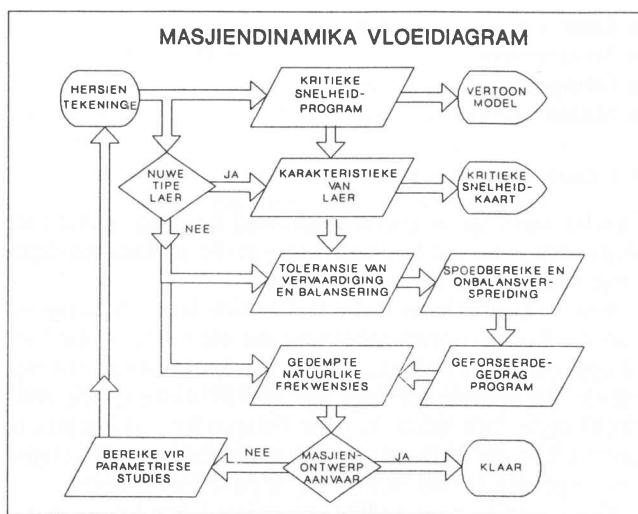
## 3. Hoe kan kritieke snelhede gemanipuleer word?

Kritieke snelhede kan op 'n paar maniere gemanipuleer word, soos kortliks hieronder bespreek sal word. In alle gevalle volg die rotordinamiese aktiwiteit tipies die logika van die vloeiagram, getoon in Figuur 2.

Die maklike manier waarmee die kritieke snelhede van 'n masjien gemanipuleer kan word is die grootte van die ondersteuningstyfheid van die rotor. Die effek daarvan is duidelik sigbaar op die kritieke snelheidskaart.

\* Nagraadse student in Meganiese Ingenieurswese, Fakulteit van Ingenieurswese en vibrasiekonsultant by VIBRAKON BK.

\*\* Professor in Meganiese Ingenieurswese, Laboratorium vir Stelsels, Fakulteit van Ingenieurswese, RAU, Lid.



**Figuur 2 – Vloeiendiagram van die tipiese aktiwiteite gedurende die rotordinamiese ontwerp van ’n masjien**

’n Aanvanklike keuse word gemaak van die tipe laer aangesien daar definitiewe styfheidsgebiede is wat die verskillende tipes laers karakteriseer. Die detail analise van die laer word gedoen op grond van detail ontwerpteekeninge van die laers. Laasgenoemde geld hoofsaaklik vir glylaers. Indien baie stywe laers vereis word, word fisiese kontaklaers gebruik waarvoor die styfhede m.b.v. rekenaarprogramme soos ADORE, van GUPTA [4] bereken kan word.

Die belangrikste uitsette van die laeranalise (gesien vanuit ’n rotordinamiese oogpunt) is die verskillende styfheids- en dempingskoëffisiënte.

Die gedemppte natuurlike frekwensies van die masjien word bereken in die geval waar destabiliserende kragte teenwoordig is. Voorbeelde hiervan is krimppassings, aerodinamiese kruiskoppeling, seëls en ook veral lig belaste glylaers wat almal kruiskoppelings tot gevolg het. Die bekendste gevolg van hierdie verskynsel is oliewerweling (“oil whirl”) en olieslag (“oil whip”).

Beide bogenoemde gevolge van onstabiele verskyn as subsinchrone vibrasies in masjiene wat in die meeste gevalle onaanvaarbaar en waarskynlik vernietigend is.

Die laerontwerp word dus iteratief aangepas totdat daar ’n aanvaarbare stabiliteitsgrens bestaan.

Indien die gewenste resultate nie verkry word met die laerveranderinge nie, word die rotor – en stator geometrie en/of materiale gewysig en die hele siklus herhaal totdat ’n aanvaarbare bedryfsgebied gevind word.

Hierdie tipe verandering het tot gevolg dat die onderlinge snelheidsverwantskap van die kritieke snelhede verander by ’n gegewe ondersteuningstyfheid. Die ongedemppte laterale kritieke snelhede van ’n masjien word bereken m.b.v. programmatuur soos CRTSP2 van LI [8].

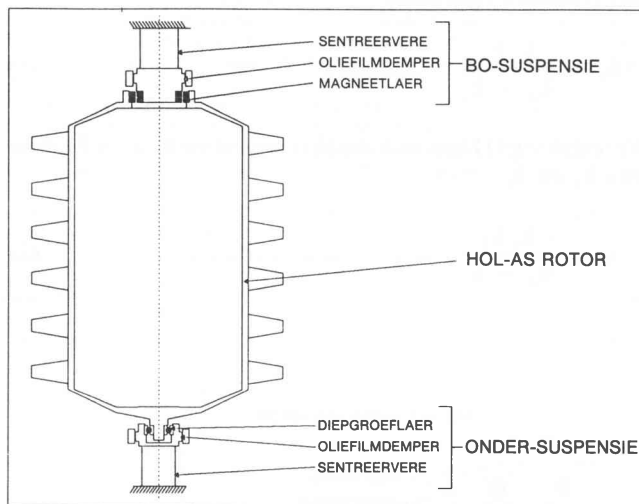
Intuïtief kan aangevoel word dat die transversale traagheid van die rotor byvoorbeeld ’n sterk invloed sal hê op die frekwensie van die koniese modus en dat die verhouding van areatraagheidsmoment (wat die buigstyfheid bepaal) tot rotormassa, die buigmodus direk moet beïnvloed.

Die analise van die dinamika van masjiene is die onder-

werp van rotordinamika. In wat volg, sal gepoog word om aan u as leser, riglyne te gee omtrent ’n metodiek wat gevolg kan word om hoëspoed masjiene suksesvol te ontwerp, vanuit ’n dinamiese oogpunt.

**4. Voorbeeld: Generiese vakuumpomp**

In die generiese vakuumpomp (Figuur 3), wat as voorbeeld gebruik word, word die rotor vertikaal gemonteer in ’n hoë-akkuraatheid diepgroeflaer wat die radiale kragte onder sowel as die aksiale kragte op die rotor dra. Die boonste laer is ’n permanente magneetlaer wat slegs radikale belastings kan dra.



**Figuur 3 – Skematiese voorstelling van die generiese vakuumpomp**

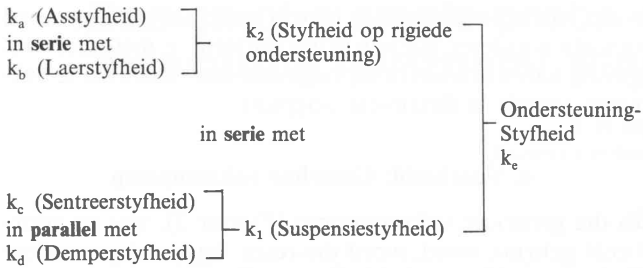
Die hol-as rotor van ’n ligte legermetaal het tot gevolg dat die derde modus van die vakuumpomp (57 700 r/min) meer as 20% bo die ontwerpspoed van die masjien is. Die lengte-tot-diameter verhouding van die rotor is relatief klein om sodoende aan die rotor ’n hoë buigstyfheid te verleen. Die ander kritieke snelhede van die vakuumpomp verskyn as ’n funksie van ondersteuningstyfheid in Figuur 1.

Die ideale ondersteuningstyfheid is soos aangedui op die kaart, nl. tussen 5 en 10 N/mm per laerondersteuning. Weens die groot verskil in styfheid tussen die magneetlaer (tipies tussen 10 en 80 N/mm) en die diepgroeflaer (tipies tussen 10 000 en 100 000 N/mm), en die gebrek aan demping in beide die laers, word daar van suspensies gebruik gemaak om die vereiste ondersteuningstyfheid te verkry en om demping in te voer.

Elke suspensie bestaan derhalwe uit ’n laer en demper met sentreervere om die laerhuls in die gat van die demperhuls te sentreer.

**5. Die boustene van ’n suspensie**

Die ondersteuningstyfheid is nie noodwendig gelyk aan die suspensie- of laerstyfheid nie. Soos Figuur 4 aandui, bestaan die ondersteuningstyfheid van hierdie spesifieke onder-suspensie byvoorbeeld uit die volgende kombinasie van styfhede:

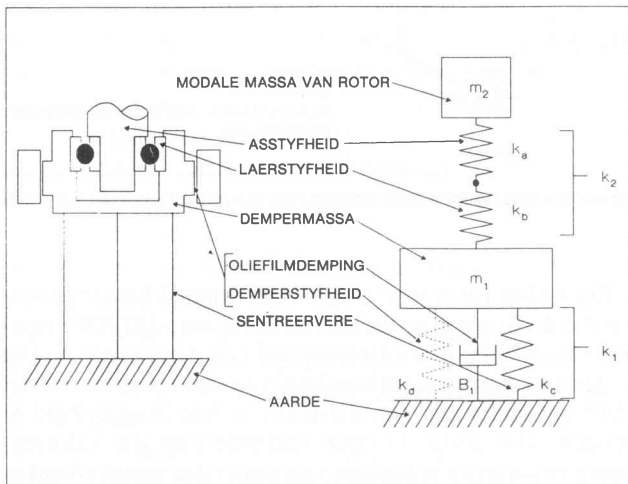


Vir twee meganiese vere in serie kan aangetoon word dat die effektiewe stiftheid soos volg bereken kan word (analoo aan die effektiewe weerstand van twee elektriese weerstande in parallel):

$$k_e = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_2 + k_1} \dots\dots\dots (1)$$

Vergelyking (1) kan ook omskryf word vir  $k_1$  as 'n funksie van  $k_2$  en  $k_e$ :

$$k_1 = \frac{k_e \cdot k_2}{k_2 - k_e} \dots\dots\dots (2)$$



**Figuur 4 – Sintese van die ondersteuningstiftheid m.b.t. 'n suspensie**

Vir 'n gegewe rotor sal  $k_2$  bekend wees uit die meganiese uitleg en laerontwerp. In die geval van die vakuumpomp is 'n modale stiftheid  $k_2$  van 41 N/mm bereken uit die resultate van 'n kritieke snelheidsanalise van die masjien, waarvan die laers hard gemonteer is. (Die modale massa  $m_2$  was 1,002 kg en die natuurlike frekwensie was 32,22 Hz.) Hierdie stiftheid word nou gelykop verdeel tussen die twee ondersteunings, sodat elke suspensie 'n ekwivalente stiftheid van 20,5 N/mm moet hê.

Die suspensiestiftheid  $k_1$  kan dan bereken word m.b.v. vergelyking (2) vir 'n bepaalde keuse van die ondersteuningstiftheid  $k_e$ . Na 'n paar iterasies van die hele prosedure, soos in hierdie artikel bespreek, is daar gekonvergeer op 'n suspensiestiftheid  $k_1$  van 8,2 N/mm vir 'n ekwivalente ondersteuningstiftheid  $k_e$  van 5,9 N/mm.

In die volgende paragrawe word sekere riglyne aangebied vir elk van die boustene van die suspensie te wete:

- Laer
- Sentreerveer
- Demper
- Massa

**5.1 Laer**

Omdat laers so 'n groot studieveld beslaan, word hier slegs verwys na die hoofaspekte wat die stiftheid en demping van 'n paar tipes laers bepaal.

Fisiese kontaklaers is die styfste tipe laers. Afhangend van die kontakoppervlakte van die elemente in die laer (diepgroef, hoekkontak, rollaer ens.), die aantal rol-elemente, die radiale spelings, die kontakhoeke en die enddrukkragte (om maar 'n paar belangrike parameters te noem), kan die stiftheid van fisiese kontaklaers wissel tussen ongeveer 10 000 N/mm en 'n paar ordes hoër.

Een van die groot nadele van fisiese kontaklaers is dat dit vir alle praktiese doeleindes geen demping besit nie.

Glylaers beskik oor styfhede wat tipies laer is as dié van fisiese kontaklaers.

Hierdie laers word gebruik oor 'n breë spektrum van turbo-masjiene, en is beskikbaar in 'n groot verskeidenheid van konfigurasies vir spesiale eienskappe [16]. In die algemeen beskik hierdie tipe laers oor genoeg demping om die versterkingsfaktore by resonansie, laag te hou.

Die oliefilm in die laer is verantwoordelik vir sy dempingseienskappe. Hierdie laers kan egter stabiliteitsprobleme veroorsaak weens kruiskoppeling wat daar in hierdie tipe laers mag bestaan. Die styfheids- en dempingskoëffisiënte van geprofileerde – en kantelskoenlaers kan m.b.v. programmatuur soos THBRG en THPAD van BRANAGAN [15, 14] respektiewelik bereken word.

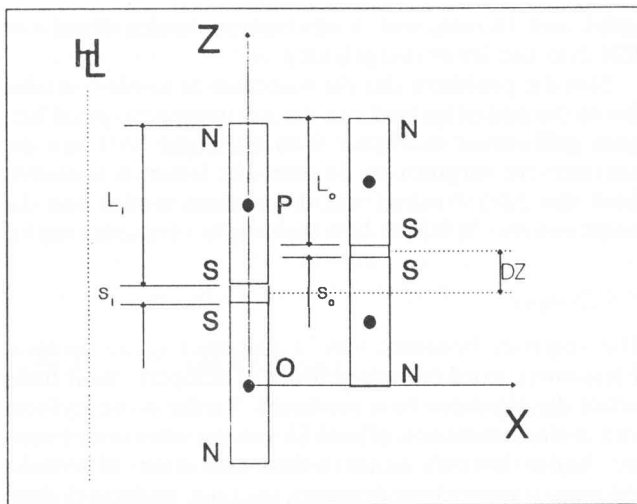
Magnetiese laers bied groot voordele soos nalaatbare wrywingsverliese en geen slytasie nie. Hierdie tipe laers beskik egter oor die laagste styfhede (tipies tussen 3 en 220 N/mm). Omdat laasgenoemde laers relatief onbekend is, word die vernaamste karakteristieke daarvan vervolgens in meer detail bespreek.

Akasiaalgepolariseerde permanente magneetlaers in 'n dubbel konfigurasie, soos getoon in Figuur 5, kan met sukses gebruik word vir radiale ondersteuning van 'n as, waar daar nie hoë radiale styfhede verlang word nie.

Parameters wat die stiftheid en aksiale krag van hierdie tipe laers beïnvloed, is die volgende, soos afgelei deur YONNET [11]:

- Die grootte van die radiale gaping tussen die roterende en statiese magneetringe.
- Die volume van die magneetringe.
- Die dikte van die spasieerders tussen die magneetringe.
- Die polarisasie van die magnete (wat ook 'n funksie is van die tipe magneetmateriaal).
- Die aantal magneetringe wat opmekaar gestapel is.

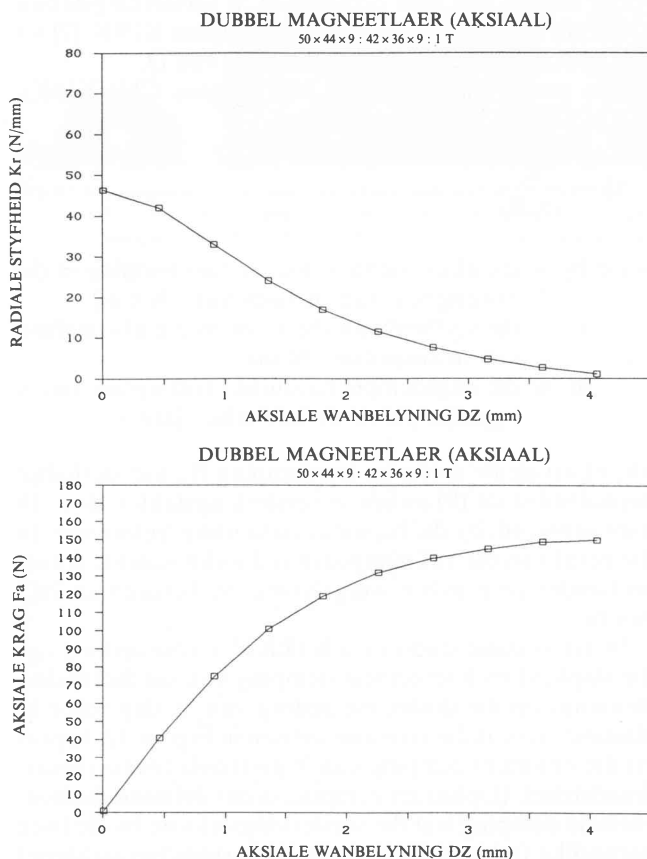
Die radiale stiftheid van 'n magneetlaer kan verder onsensitief gemaak word vir aksiale wanbelyning deur die hoogtes van byvoorbeeld die eksterne magnete groter te maak as dié van die interne magnete of om spasieerders van verskillende dikte te gebruik by genoemde twee groepe van magnete. Hierdie eienskap word geïllustreer in figure 6 en 7 vir 'n dubbel magneetlaerstel met dimensies  $\varnothing 50 \times \varnothing 44 \times 9$  en  $\varnothing 42 \times \varnothing 36 \times 9$  vir die eksterne en interne



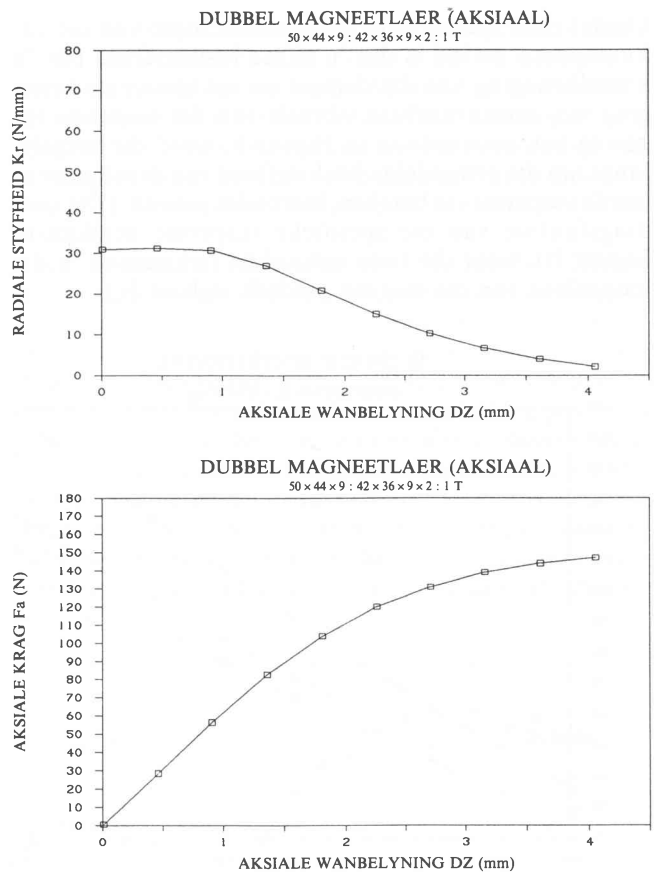
Figuur 5 – Konfigurasie van 'n dubbel magneetlaer

magneetring respektiewelik. 'n Polarisasiewaarde van 1 T is gebruik in die berekening. Let op hoe 'n spaseerder van dikte  $S_1 = 2$  mm, die karakteristieke van die magneetlaer wysig vanaf die geval sonder 'n aksiale spaseerder (Figuur 6) na die geval met 'n aksiale spaseerder tussen die interne magneetringe (Figuur 7).

Die magneetlaerkonfigurasie van Figuur 7 met 'n radiale styfheid van 30 N/mm is gebruik in die vakuumpomptoeëassing. Hierdie styfheid is gebruik om die modale styfheid van die stelsel op rigiede ondersteuning ( $k_2$ ) hierbo te bereken.



Figuur 6 – Eienskappe van 'n laer met medium gaping en lang lengte



Figuur 7 – Eienskappe van dieselfde laer met ongelyke spaseerders

5.2 Sentreerveer

Drie of meer drade wat die demper suspendeer is van die eenvoudigste tipes sentreervere. Die radiale of lineêre styfheid van 'n aantal drade wat die demper sentreer word bepaal uit elementêre balkteorie m.b.v. vergelyking (3):

$$k_c = \frac{3.n.E \pi D^4}{16.l^3} \dots\dots\dots (3)$$

- waar  $k_c \equiv$  die totale radiale styfheid van die sentreerveer [N/mm]
- $n \equiv$  die aantal drade in die sentreerveer
- $E \equiv$  die elastisiteitsmodulus (Young se modulus) van die draad [MPa]
- $D \equiv$  die draaddiameter [mm]
- $l \equiv$  die lengte van die draad [mm]

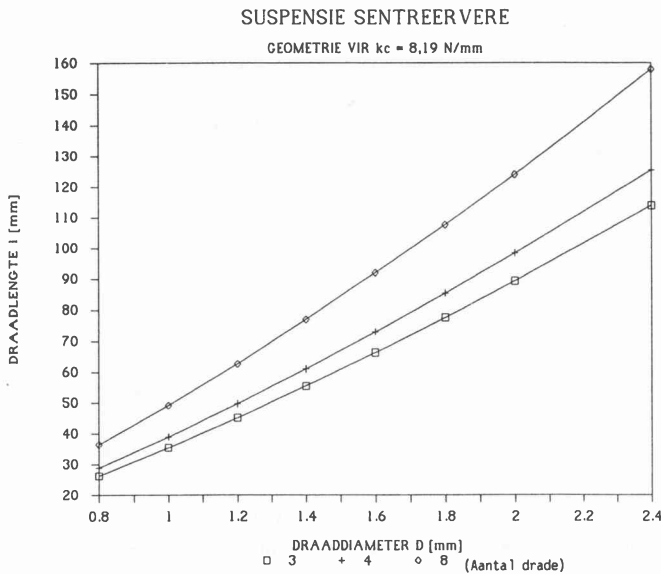
Die verwantskap tussen draadlengte en -diameter vir 'n gegewe sentreerveerstyfheid van 8,19 N/mm i.e. die suspensiestyfheid van die bo-suspensie indien die oliefilm-demper nie kaviteer nie, word in Figuur 8 getoon vir suspensies met drie-, vier- en agt-draad konfigurasies.

Die aksiale styfheid van so 'n suspensie word gegee deur vergelyking (4):

$$k_z = \frac{n.E \pi D^2}{4.l} \dots\dots\dots (4)$$

waar  $k_z \equiv$  die totale aksiale styfheid van die sentreerveer [N/mm]

Omdat daar tydens 'n eksperimentele lopie van die vakuumpomp gevind is dat 'n té lae hoekstyfheid (vir 'n kantelbeweging van die demper en nie torsionele beweging nie) onaanvaarbare vibrasie van die suspensie tot gevolg het, soos getoon in Figuur 9, word die vergelykings om die gemiddelde hoekstyfheid van draadgemonteerde suspensies te bereken, hieronder getoon. (Die oordragsfunksie van die spesifieke suspensie verskyn in Figuur 10, waar die twee natuurlike frekwensies in die loopgebied van die masjien duidelik sigbaar is.)



**Figuur 8 – Draadlengte van sentreervere vir  $k_c = 8,19$  N/mm**

$$c_0 = \frac{3}{8} \cdot k_s \cdot SSD^2 \text{ vir 'n drie-draad sentreervere} \dots\dots\dots (5)$$

$$c_0 = \frac{1}{2} \cdot k_s \cdot SSD^2 \text{ vir 'n vier-draad sentreervere} \dots\dots\dots (6)$$

$$c_0 = k_s \cdot SSD^2 \text{ vir 'n agt-draad sentreervere} \dots\dots\dots (7)$$

waar  $c_0 \equiv$  die totale gemiddelde hoekstyfheid van die suspensie [Nm/rad]

SSD  $\equiv$  die streeksirkeldiameter van die draad [m]

$k_s \equiv$  die aksiale styfheid van een draad [N/m]

$$= \frac{E \pi D^2}{4 \cdot l}$$

Die natuurlike frekwensie  $f_0$  [Hz], vir die kantelbeweging van die suspensie (koniese modus) kan dan bereken word as:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \left[ \frac{c_0}{I} \right]^{0.5} \dots\dots\dots (8)$$

waar  $I \equiv$  transversale traagheid van die suspensie om sy massamiddelpunt [kg.m<sup>2</sup>]

In die vakuumpomptoepassing is 'n draaddiameter van 1,6 mm gebruik met vier draade in die sentreervere. Die draadlengte is 73 mm. Die aksiale styfheid van een draad is dus  $5,7 \times 10^6$  N/m. In die eerste ontwerp was die SSD

gelyk aan 18 mm, wat 'n ekwivalente hoekstyfheid van 924 Nm/rad lewer (vergeljking 6).

Met die probleem dat die suspensie se koniese modus binne die bedryfsgebied van die vakuumpomp geval het, soos geïllustreer in Figuur 9 en 10, is die SSD van die sentreervere vergroot na 34 mm. Dit lewer 'n hoekstyfheid van 3295 Nm/rad wat die koniese modus van die suspensie met 'n faktor 1,88 verhoog het (vergeljking 8).

**5.3 Demper**

Die volgende bousteen van 'n suspensie is die demper. Elastomere word dikwels gebruik as dempers, maar hulle is oor die algemeen baie nie-lineêr. Verder is die styfheid van 'n elastomeer ook afhanklik van die vibrasiefrekwensie. Ander dempers waaraan daar tans intensief ontwikkel word is magnetiese dempers, soos o.a. ondersoek deur KASARDA [17].

In hierdie artikel word vergelykings aangebied vir die styfheids- en dempingskoeffisiënte van 'n oliefilmdemper, wat baie algemeen gebruik word in gasturbine toepassings (HOLMES [5, 6], MAGGE [9] en GUNTER [3]).

'n Oliefilmdemper is effektief 'n statiese glylaer wat gewoonlik om 'n fisiese kontaklaer geleë is. Dinamiese kragte van die rotor van die masjien veroorsaak dat die laer en derhalwe ook die bewegende deel van die demper 'n werwelbeweging uitvoer. Die olie in die gaping van die demper wek drukkrigte op weens die eksentriese werweling soortgelyk aan dié wat voorkom a.g.v. die hidrodinamiese werking van 'n glylaer (vergeljyk CAMERON [1]).

Die eerste vraag wat beantwoord moet word, is hoeveel demping deur die suspensies gelewer moet word.

Vir stelsels met ligte demping of 'n versterkingsfaktor  $Q \geq 10$ , is die optimum demping volgens KIRK [7] vir alle praktiese doeleindes onafhanklik van  $Q$ .

Die versterkingsfaktor  $Q$ , kan volgens CUNNINGHAM [2] ook geskryf word as:

$$Q = \frac{k_2}{\omega_0 \cdot B_2} \dots\dots\dots (9)$$

waar  $B_2 \equiv$  die ekwivalente rotor- en laerdemping in die afwesigheid van 'n suspensie. [N.s/m]

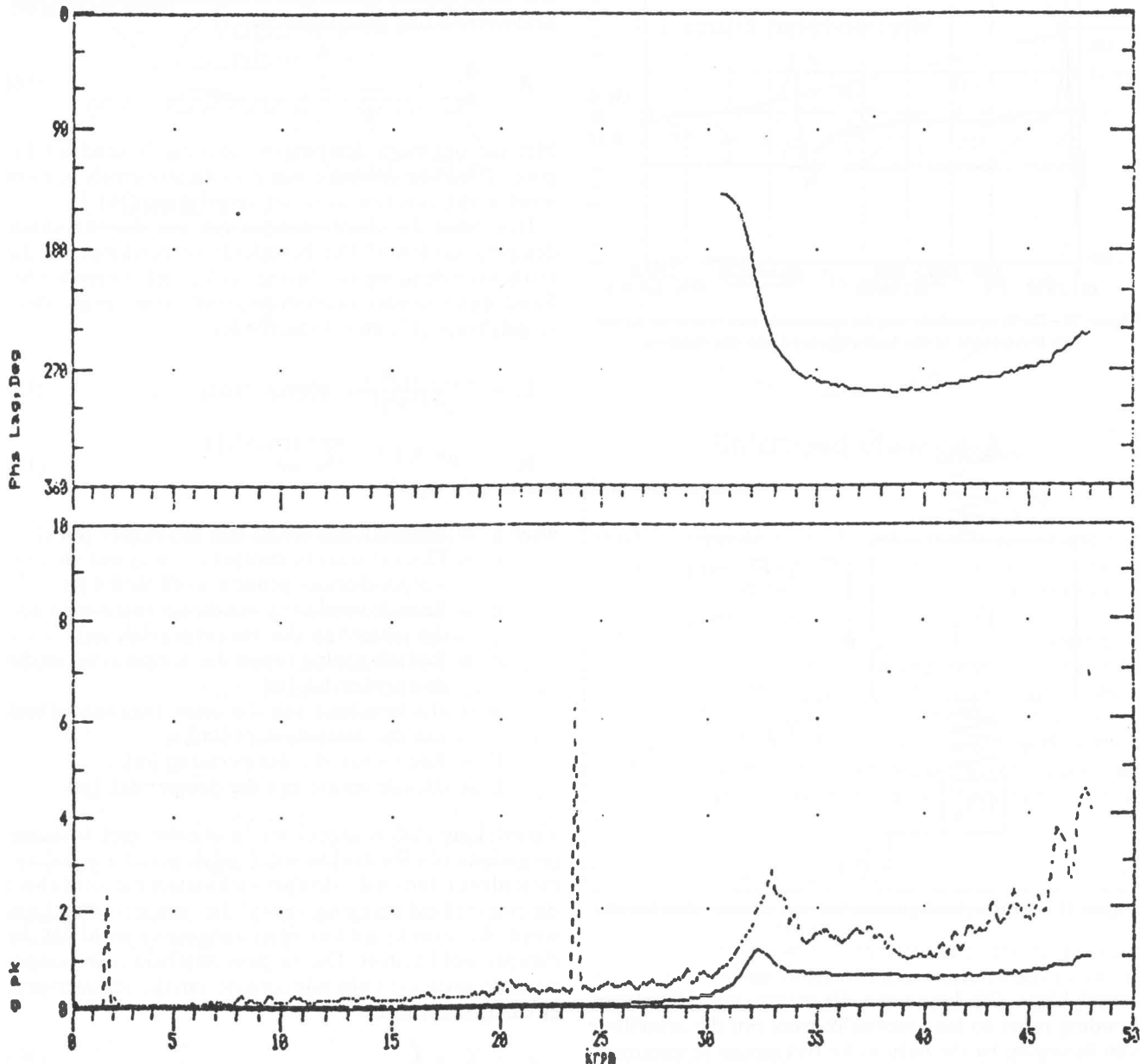
$k_2 \equiv$  die styfheid van die rotor in die afwesigheid van 'n suspensie. [N/m]

$\omega \equiv$  die ongedempte natuurlike frekwensie van 'n liggedempte rotor-laerstelsel. [rad/s]

Die ekwivalente rotor- en laerdemping  $B_2$ , kan derhalwe bepaal word uit (9) indien 'n versterkingsfaktor  $Q = 10$  aanvaar word, by die bepaalde natuurlike frekwensie. In die geval van die vakuumpomp is die ekwivalente rotor- en laerdemping m.b.v. vergelyking (9) bereken as 20,3 N.s/m.

In 'n teoretiese studie deur KIRK [7] na die invloed van die slapheid en hoeveelheid demping van die laerondersteunings op die dinamiese gedrag van 'n slap rotor in elastiese laers, is die kromme, getoon in Figuur 12, bepaal vir die optimum demping van 'n gestemde tweevryheidsgraadstelsel. (Optimum demping is per definisie die hoeveelheid demping wat die versterkingsfaktore by die twee natuurlike frekwensies van die tweevryheidsgraadstelsel minimeer.) Hierdie kromme gee die optimum dempings-

Machine: J IRB 30 1935 OND Ch# 8 X\*7 (SUSPENSIE) (solid line)  
 08 MAY 90 11:40:50.1 to 02 MAY 90 17:57:32.9 Startup 1X Filtered Uncomp  
 Machine: J IRB 30 1935 OND Ch# 8 X\*7 (SUSPENSIE) (dashed line)  
 08 MAY 90 11:40:50.1 to 02 MAY 90 17:57:32.9 Startup Direct



Figuur 9 – Versnelling gemeet op die huls van 'n suspensie

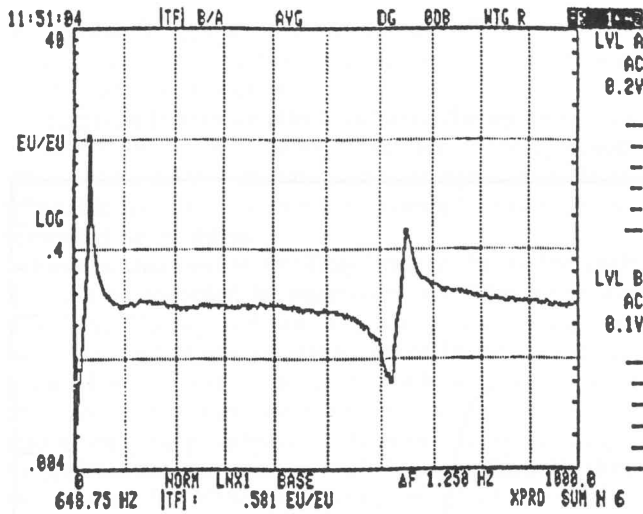
verhouding  $B$ , as 'n funksie van die massa- ( $M$ ) of styfheidsverhouding ( $K$ ) van die stelsel.

Wat is 'n gestemde stelsel? ORMONDROYD [10] het getoon dat die amplitude van geforseerde ongedempte vibrasie van 'n enkelvryheidsgraadstelsel nul toe gedwing kan word, deur 'n tweede klein massa d.m.v. 'n veer aan die oorspronklike massa te koppel. Die voorwaarde is egter dat die natuurlike frekwensie van die toegevoegde massa op die toegevoegde veer gelyk moet wees aan die natuurlike frekwensie van die oorspronklike massa-veerstelsel.

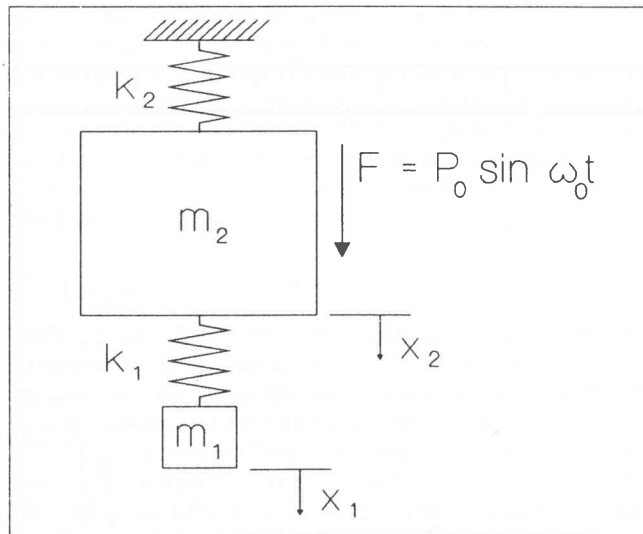
Net so kan die amplitude van beweging van 'n rotor-

laerstelsel by 'n kritieke snelheid geminimeer word deur die suspensie te stem vir die betrokke snelheid. By stemming is die resonansiefrekwensie van die suspensie alleen gelyk aan die resonansiefrekwensie van die stelsel sonder 'n suspensie of anders gestel, aan die natuurlike frekwensie van die stelsel (in die toepaslike modus van vibrasie) indien die suspensie ingeklem sou word.

Die modale massa  $m_2$  [kg] en modale styfheid  $k_2$  [N/m] word bepaal deur 'n ongedempte kritieke snelheidsanalise te doen waarin die suspensie as ingeklem beskou word. 'n Bepaalde styfheidsverhouding  $K$  word gekies waarna die massa van die demper bereken word uit onderstaande



Figuur 10 – Oordragsfunksie van die suspensie met 'n tweede natuurlike frekwensie in die bedryfsgebied van die masjien



Figuur 11 – Enkelvryheidsgraadstelsel met vibrasie-absorbeerder

vergelykings. Die keuse van die massa- of styfheidsverhouding moet so laag moontlik wees om die amplitude van beweging by die natuurlike frekwensie te minimeer. (Vergelyk die kromme vir optimum demping, Figuur 12).

$$\omega_1 = \left[ \frac{k_1}{m_1} \right]^{0.5} \dots\dots\dots (10)$$

Vir stemming geld:  $\omega_1 = \omega_2 \dots\dots\dots (11)$

$$\text{Dus } \left[ \frac{k_1}{m_1} \right]^{0.5} = \left[ \frac{k_2}{m_2} \right]^{0.5} \dots\dots\dots (12)$$

Die massa- en styfheidsverhouding word soos volg gedefinieer:

$$M = \frac{m_1}{m_2} \dots\dots\dots (13)$$

$$K = \frac{k_1}{k_2} \dots\dots\dots (14)$$

Herrangskik (12) en vervang (13) en (14). Dan volg dat:

$$K = M \dots\dots\dots (15)$$

Die dempingsverhouding word analoog aan die styfheidsverhouding gedefinieer as:

$$B = \frac{B_1}{B_2} \dots\dots\dots (16)$$

Met die optimum dempingsverhouding bekend uit Figuur 12, kan die demping, wat deur die suspensies gelewer moet word, bereken word uit vergelyking (16).

Hoe moet die oliefilmdeemper lyk wat die benodigde demping sal lewer? Die benaderde vergelykings vir die styfheid en demping van 'n ongeseelde, gekaviteerde oliefilmdeemper sonder olietoevoergroef, word gegee deur vergelykings (17) en (18) hieronder:

$$k_d = \frac{2 \mu \varepsilon \omega \cdot R \cdot L^3}{c^3 (1-\varepsilon^2)^2} \text{ [N/m]} \dots\dots\dots (17)$$

$$B_1 = \frac{\mu \pi \cdot R \cdot L^3}{2 \cdot c^3 (1-\varepsilon^2)^{3/2}} \text{ [Ns/m]} \dots\dots\dots (18)$$

- waar  $\mu \equiv$  Absolute viskositeit van die vloeier [Pa.s]
- $\varepsilon \equiv$  Eksentrisiteit in demper (=  $e/c$ ) wat vir ontwerpdoeleindes geneem word as 0,4 [-]
- $e \equiv$  Radiale verplasing van die demperastap t.o.v. die senter van die demperdravvlak [m]
- $c \equiv$  Radiale gaping tussen die demperastap en die demperdravvlak [m]
- $\omega \equiv$  Hoeksnelheid van die rotor (werwelsnelheid van die demperastap) [rad/s]
- $R \equiv$  Radius van die demperastap [m]
- $L \equiv$  Aksiale lengte van die dempervlak [m]

Vergelyking (18) is afgelei vir 'n oliefilm met kavitasie (negatiewe oliefilmdrukke word gelyk gestel aan nul i.e. meterdruk). Indien die demper nie kaviteer nie, verdubbel die hoeveelheid demping, terwyl die demperstyfheid nul word. As vertrekpunt kan egter aangeneem word dat die demper wel kaviteer. Die suspensiestyfheid is in laasgenoemde geval die volgende funksie van die sentreervereen demperstyfheid:

$$k_1 = k_c + k_d \dots\dots\dots (19)$$

In die vakuumpomptoeëpassing is aanvaar dat die oliefilm egter nie kaviteer nie, gevolglik is die suspensiestyfheid in vergelyking (19) gelyk gestel aan die sentreerverstyfheid.

#### 5.4 Massa

Uit die stemmingsvereiste volg uit vergelyking (15) dat die massaverhouding gelyk sal wees aan die styfheidsverhouding, sodat vir 'n bepaalde keuse van die styfheid van die suspensie  $k_1$ , die massa van die bewegende deel van die suspensie bepaal word uit vergelyking (13).

Gewoonlik sal daar 'n paar keer geïtereer moet word totdat 'n realiseerbare suspensie-uitleg verkry word wat tipies gestem is vir die buigfrekwensie van die rotorlaerstelsel.

Na 'n paar iterasies, is daar gekonvergeer word op 'n massa vir die bo-suspensie van 0,20 kg wat soos volg voldoen aan die stemmingsbeginsel (dat styfheidsverhouding gelyk moet wees aan massaverhouding):

$$K = \frac{k_1}{k_2} = \frac{2 \times 8,19}{41,052} = 0,399$$

$$M = \frac{m_1}{m_2} = \frac{2 \times 0,20}{1,002} = 0,399$$

Vanaf Figuur 12 kan die optimum dempingsverhouding *B* nou afgelees word as 9,3.

Die demping wat dus deur beide suspensies gelewer moet word, kan nou soos volg bereken word uit vergelyking (16):

$$B_1 = B \cdot B_2 = 9,3 \times 20,3 = 188,8 \text{ Ns/m}$$

Dit wil sê, elk van die suspensies moet 94,4 Ns/m demping besit.

Die fisiese afmetings van die demper wat in die vakuumpomp gebruik is, kon dan uit vergelyking (18) bepaal word deur 'n keuse te maak van drie van die vier onafhanklike parameters, en die vierde dan te bereken:

Kies  $R = 20 \text{ mm}$   
 $\mu = 350 \text{ mPa}\cdot\text{s}$   
 $c = 1 \text{ mm}$

Bereken dan:

$$l = 20,2 \text{ mm}$$

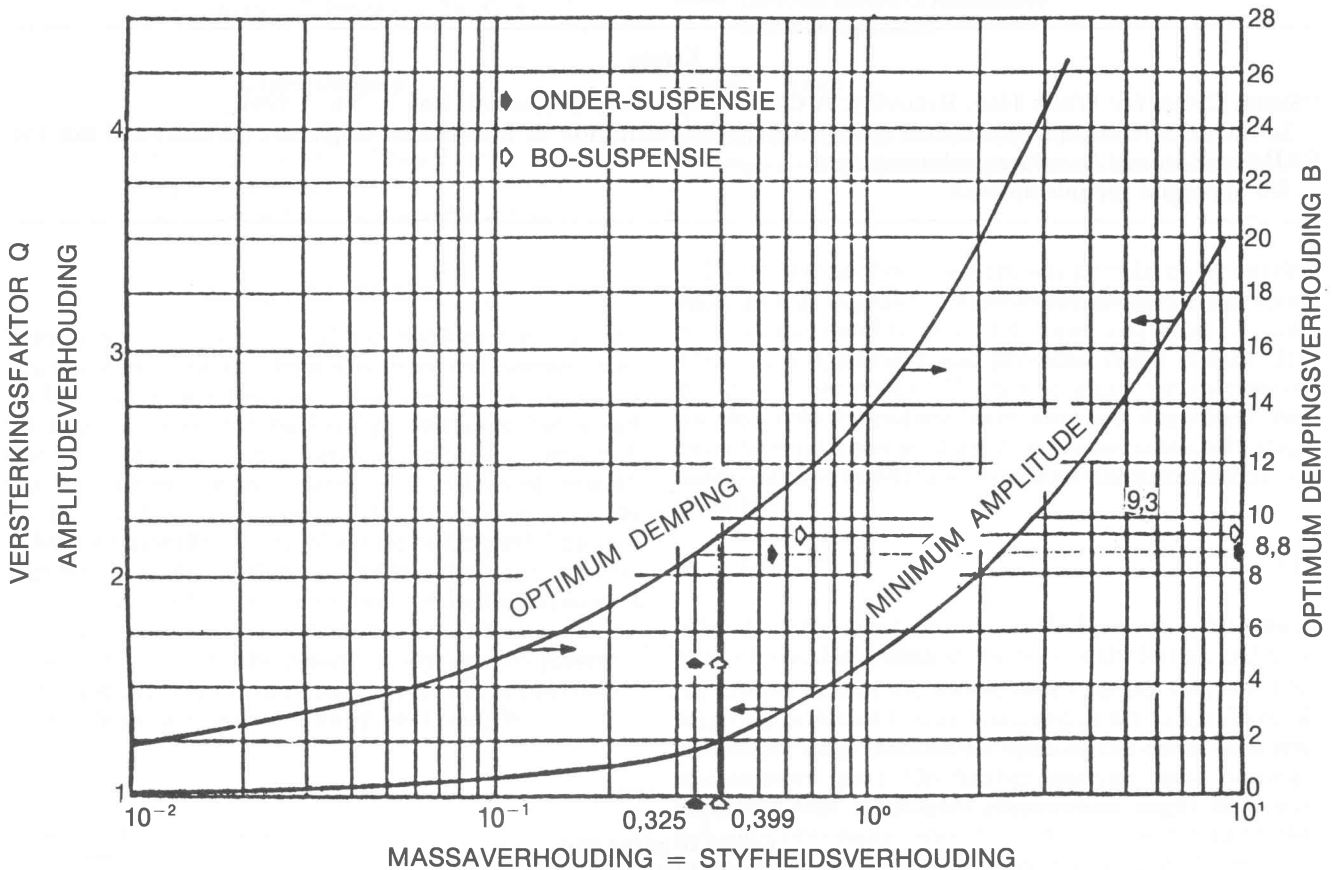
Die demper van die bo-suspensie van die vakuumpomp het gevolglik bestaan uit twee dempervlakke, elk 10,1 mm lank en 'n sentrale olietoevoergroef wat 6 mm breed is. Die astapdiameter van die demper was 40 mm en die dravlakdiameter was 42 mm.

### 6. Opsomming

'n Metodiek vir die suksesvolle rotordinamiese ontwerp van 'n hoëspoed masjien kan dus in die volgende hoofpunte saamgevat word:

- Bereken die ongedempte laterale kritieke snelheid van die masjien.
- Manipuleer die kritieke snelhede deur rotorwysigings en/of bepaal die aanvaarbare ondersteuningstyfheid  $k_e$  van die rotor.
- Bepaal die optimum hoeveelheid demping vir die suspensies uit Figuur 12.
- Ontwerp die individuele boustene van die suspensie m.b.v. bogenoemde gegewe riglyne sodat die gevraagde ondersteuningstyfheid en demping verkry word en sodat sorg gedra word dat ander natuurlike frekwensies van die stelsel meer as 10% bo die bedryfspoed van die masjien is.

## OPTIMUM DEMPING VIR GESTEMDE ROTORSTELSEL



Figuur 12 - Optimum demping en minimum amplitude vir 'n gestemde stelsel [7]



### Verwysings

1. Cameron, A. Basic Lubrication Theory; 3rd Edition; Ellis Horwood Limited, 1981.
2. Cunningham, R. E., Fleming, D. P., Gunter, E. J. Design of a Squeeze-Film Damper for a Multi-Mass Flexible Rotor; Journal of Engineering for Industry, November 1975.
3. Gunter, E. J., Barrett, L. E., Allaire, P. E. Nonlinear Analysis of Squeeze Film Dampers: Design and Application for Aircraft Engines; UVA report ME-543-126-76, February 1976.
4. Gupta, P. K. Advanced Dynamics of Rolling Elements; ISBN 3-540-96031-7.
5. Holmes, R., Dogan, M. The Performance of a Sealed Squeeze-Film Bearing in a Flexible Support Structure; Proceedings Institution Mechanical Engineers, Vol. 199 No. C1.
6. Holmes, R., Dogan, M. Investigation of a Rotor Bearing Assembly Incorporating a Squeeze-Film Damper Bearing; Journal Mechanical Engineering Science, Vol. 24 No. 3 1982.
7. Kirk, R. G., Gunter, E. J. The Effect of Support Flexibility and Damping on the Dynamic Response of a Single Mass Flexible Rotor in Elastic Bearings; UVA/643092/MAE84/215, April 1972.
8. Li, D. F., Gunter, E. J., Allaire, P. E. Undamped Critical Speed Analysis of Dual-Level Rotor Systems; ROMAC Report No. UVA/643092/MAE81/126, December 1976.
9. Magge, N. Philosophy, Design, and Evaluation of Soft-Mounted Engine Rotor Systems; Journal Aircraft, Vol. 12 No. 4 April 1975.
10. Ormondroyd, J., Den Hartog, J. P. The Theory of the Dynamic Vibration Absorber; Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, 1927-1928, Vol. 49-50 – Part I, AER-FSP.
11. Yonnet, J-P. Analytical Calculation of Magnetic Bearings; Proc. of the V International Workshop on Rear Earth Cobalt Permanent Magnets, Jun. 1981 pp. 199-216.
12. API STANDARD 613. Special-Purpose Gear Units For Refinery Service; API STANDARD 613, Third Edition, April 1988; American Petroleum Institute, 1220 L Street, Northwest, Washington, D.C. 20005.
13. Whitley, S. Review of the Gas Centrifuge Until 1962. Part II Principles of High-speed Rotation; Reviews of Modern Physics, Vol. 56, No. 1, Jan. 1984.
14. Branagan, L. A., Barrett, L. E. A Manual for Use with Tilting Pad Bearing Program THPAD; ROMAC Report No. UVA/643092/MAE88/384, June 1988.
15. Branagan, L. A., Barrett, L. E. A Manual for Use with Multilobe Bearing Program THBRG (version 1.1); ROMAC Report No. UVA/643092/MAE87/373, February 1988.
16. LACIER CATALOGUE. Profile Bore Bearings; Catalogue No. LB319/3/77, the GLACIER METAL COMPANY LTD; Technical Bulletin No. 11.
17. Kasarda, M. E. F., Allaire, P. E. The Application of a Magnetic Damper for the Reduction of Vibrations in Rotating Machinery; ROMAC Report No. UVA/643092/MAE88/387, June 1988.

---

### Errata

“Steam Cycles for Waste Heat Recovery: A Case Study”. R & D Journal, Vol. 7, No. 2 1991.

In the acknowledgement attached to this article the Institution of Mechanical Engineers (British) and not the SAIMEchE should have been acknowledged.

We apologise for this mistake.

---